



WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

Próbny egzamin maturalny

*Formuła 2023*

# MATEMATYKA




Poziom podstawowy

DATA: 25 LUTEGO 2025 r.

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–31). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego próbny egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój KOD.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
6. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

**Zadanie 1. (0-1)**

Dane są liczby:  $a = \frac{\sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{8}} \cdot \sqrt{2}$  i  $b = 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}$

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Suma liczb  $a$  i  $b$  jest równa

**A.**  $4 + 2\sqrt{2}$

**B.**  $2 + 2\sqrt[3]{2}$

**C.**  $4\sqrt{2}$

**D.**  $2 + 2\sqrt{2}$

*Brudnopis*

**Zadanie 2. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $|\sqrt{6} - 3| - 2|4 - \sqrt{6}|$  jest równa

**A.**  $-3\sqrt{6} - 5$

**B.**  $3\sqrt{6} - 11$

**C.**  $\sqrt{6} - 5$

**D.**  $\sqrt{6} + 11$

*Brudnopis*

**Zadanie 3. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq -2$  i  $x \neq 0$  wartość wyrażenia  $\frac{x^2-16x}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$  jest równa wartości wyrażenia

**A.**  $x^2 - 18x + 32$

**B.**  $x^2 - 6x + 8$

**C.**  $x^2 - 2x$

**D.**  $x^2 - 16x$

*Brudnopis*

**Zadanie 4 (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność  $2(x-2) + 4x^2 \leq (2x+1)^2 - 5$  jest

**A.**  $-2$

**B.**  $-1$

**C.**  $0$

**D.**  $1$

*Brudnopis*

**Zadanie 5. (0-2)**

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Dane są wyrażenia. Poprawne wyrażenia zapisano w odpowiedziach oznaczonych literami:

..... oraz .....

- A.  $\log_4 16 + 2\log_4 \frac{1}{16} = 3\log_4 16$   
 B.  $\log_4 16 + \log_4 \frac{1}{16} = \log_4 1$   
 C.  $\log_4 64 - 3\log_4 64 = \frac{\log_4 64}{3\log_4 64}$   
 D.  $\log_4 256 - \log_4 32 = 4 - \log_4 8$   
 E.  $\log_4 256 \cdot \log_4 \frac{1}{64} = -12\log_4 4$   
 F.  $\log_4(4 \cdot \sqrt[3]{4}) = \log_4 4 - \log_4 \sqrt[3]{4}$

Brudnopis

**Zadanie 6. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dokładnie jedno rozwiązanie ma układ równań:

- A.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x - 10y = -2 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x - 10y = 2 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ -6x + 10y = -2 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x + 10y = 2 \end{cases}$

Brudnopis

**Zadanie 7. (0-2)**

**Rozwiąż równanie dla  $x \neq -12$  i  $x \neq -5$**

$$\frac{x}{x+12} = \frac{3x+15}{x+5}$$

**Zapisz obliczenia.**

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their calculations.

**Zadanie 8. (0-2)**

**Wykaż, że liczba  $2 \cdot 25^{11} + 4 \cdot 125^7 - 6 \cdot 625^5$  jest podzielna przez 40.**





**Zadanie 10.**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 12 & \text{dla } x < 1 \\ 5 - x & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

**Zadanie 10.1 (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miejscem zerowym funkcji  $f$  jest

**A.** 0

**B.** 4

**C.** 5

**D.** 4 lub 5

*Brudnopis*

**Zadanie 10.2 (0-1)**

**Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.**

Wartość wyrażenia  $-f(1) + f(-1)$  jest równa .....

*Brudnopis*









**D.**  $-2$  lub  $0$

[illegible]

**D.**  $\frac{4-4\sqrt{3}}{3}$

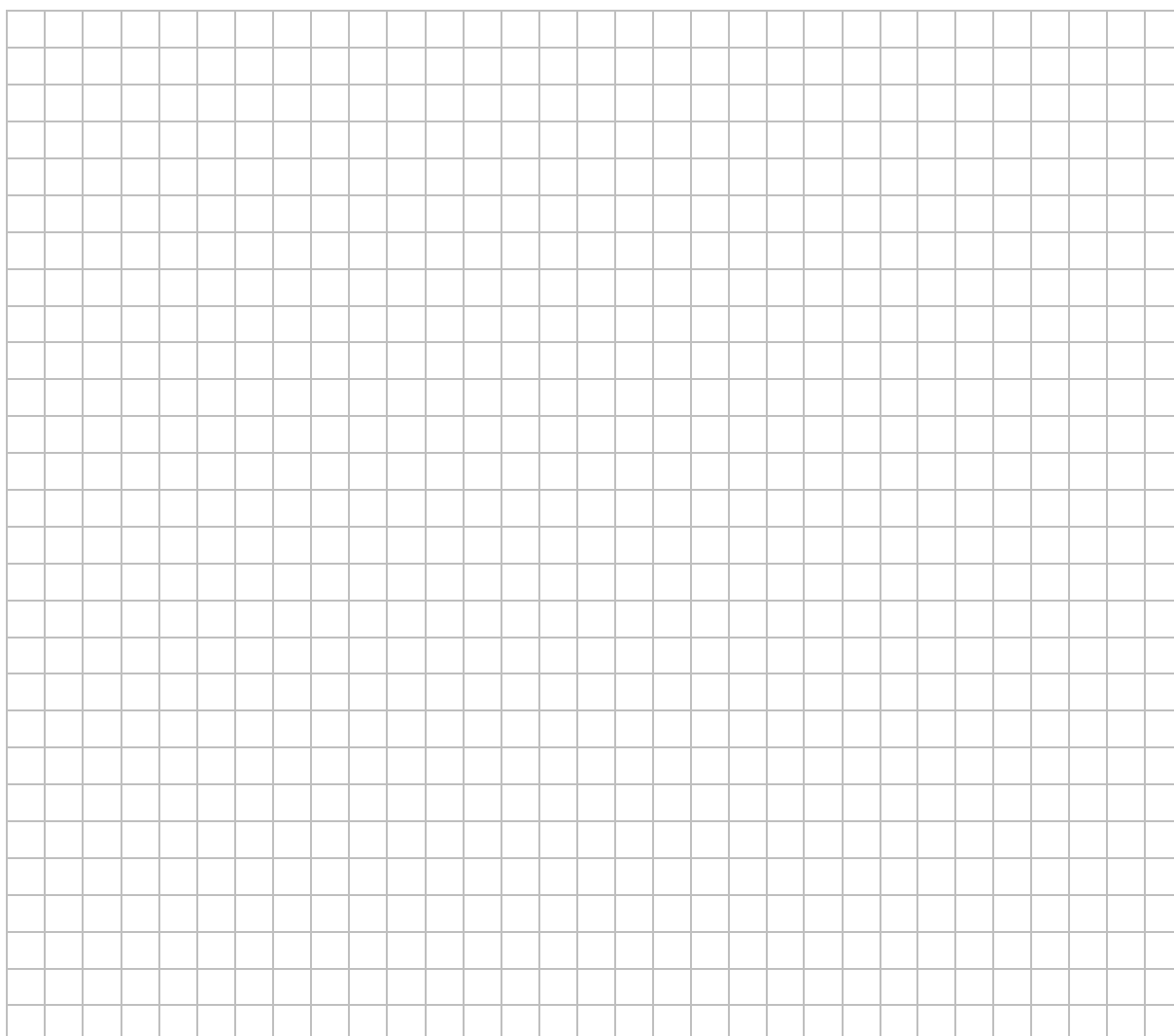
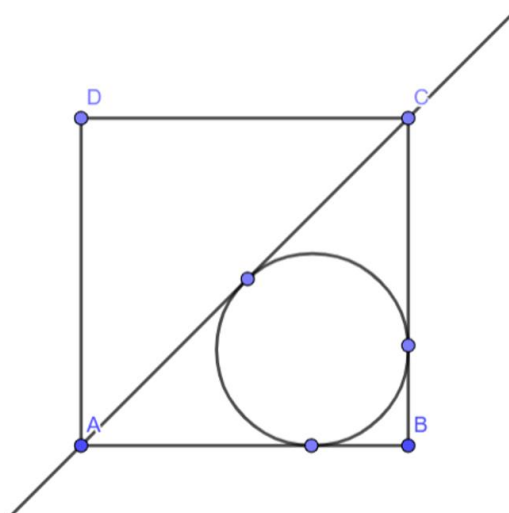
[illegible]



**Zadanie 19. (0-2)**

Prosta zawierająca przekątną kwadratu podzieliła go na dwa trójkąty. W jeden z tych trójkątów wpisano okrąg (patrz rysunek).

**Wykaż, że stosunek długości boku kwadratu do długości promienia tego okręgu jest równy  $2 + \sqrt{2}$ .**



**Zadanie 20. (0-2)**

Dany jest trójkąt ABC, w którym dwa krótsze boki mają długości 5 oraz 7, a jeden z kątów ma miarę  $120^\circ$ .

**Wyznacz długość trzeciego boku trójkąta ABC. Zapisz obliczenia.**



<b>A.</b>	Pole trójkąta KLM jest równe $\frac{1}{3}$ pola trójkąta ABC	ponieważ	<b>1.</b>	trójkąty ABC i KLM są podobne.
<b>B.</b>	Obwód trójkąta KLM jest równy $\frac{1}{2}$ obwodu trójkąta ABC		<b>2.</b>	stosunek długości boków trójkąta KLM do długości boków trójkąta ABC jest równy 1:2.
			<b>3.</b>	miary odpowiednich kątów trójkąta KLM oraz trójkąta ABC są równe.

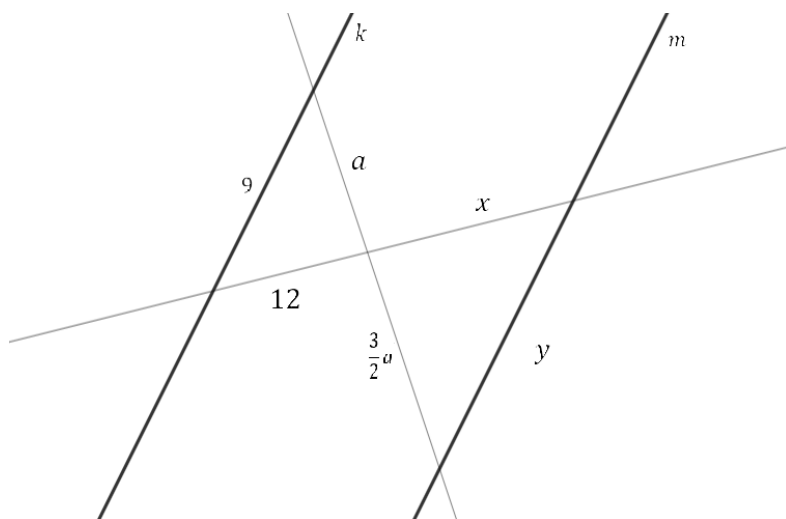
[illegible]



### Zadanie 22. (0-1)



Na rysunku poniżej proste  $k$  i  $m$  są równoległe.



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Długość odcinka x jest równa 18.	<b>P</b>	<b>F</b>
Długość odcinka y jest równa 13.	<b>P</b>	<b>F</b>

*Brudnopis*

[illegible]

### Zadanie 23. (0-1)



W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dana jest prosta  $k$  o równaniu  $y = (6m - 8)x + 1$  oraz prosta  $l$  o równaniu  $y = (m^2 + 1)x - 2$ .

Proste  $k$  oraz  $l$  są równoległe. Punkt  $A$  o współrzędnych  $(d, 2)$  należy do prostej  $k$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $d$  jest równa

- A.**  $-\frac{1}{26}$                   **B.**  $\frac{1}{10}$                   **C.** 3                  **D.** 21

*Brudnopis*

[illegible]

**Zadanie 24. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są cztery okręgi  $O_1, O_2, O_3, O_4$  o równaniach:

$$O_1: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$O_2: x^2 + (y + 2)^2 = 4$$

$$O_3: (x + 1)^2 + y^2 = 9$$

$$O_4: (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$$

**Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

Okręgiem, który ma 4 punkty wspólne z osiami układu współrzędnych  $(x, y)$  jest

A.  $O_1$

B.  $O_2$

C.  $O_3$

D.  $O_4$

Brudnopis

**Zadanie 25. (0-1)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat. Krawędź boczna tego ostrosłupa ma długość 10 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$  oraz  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. 4

B. 6

C. 8

D.  $\sqrt{136}$

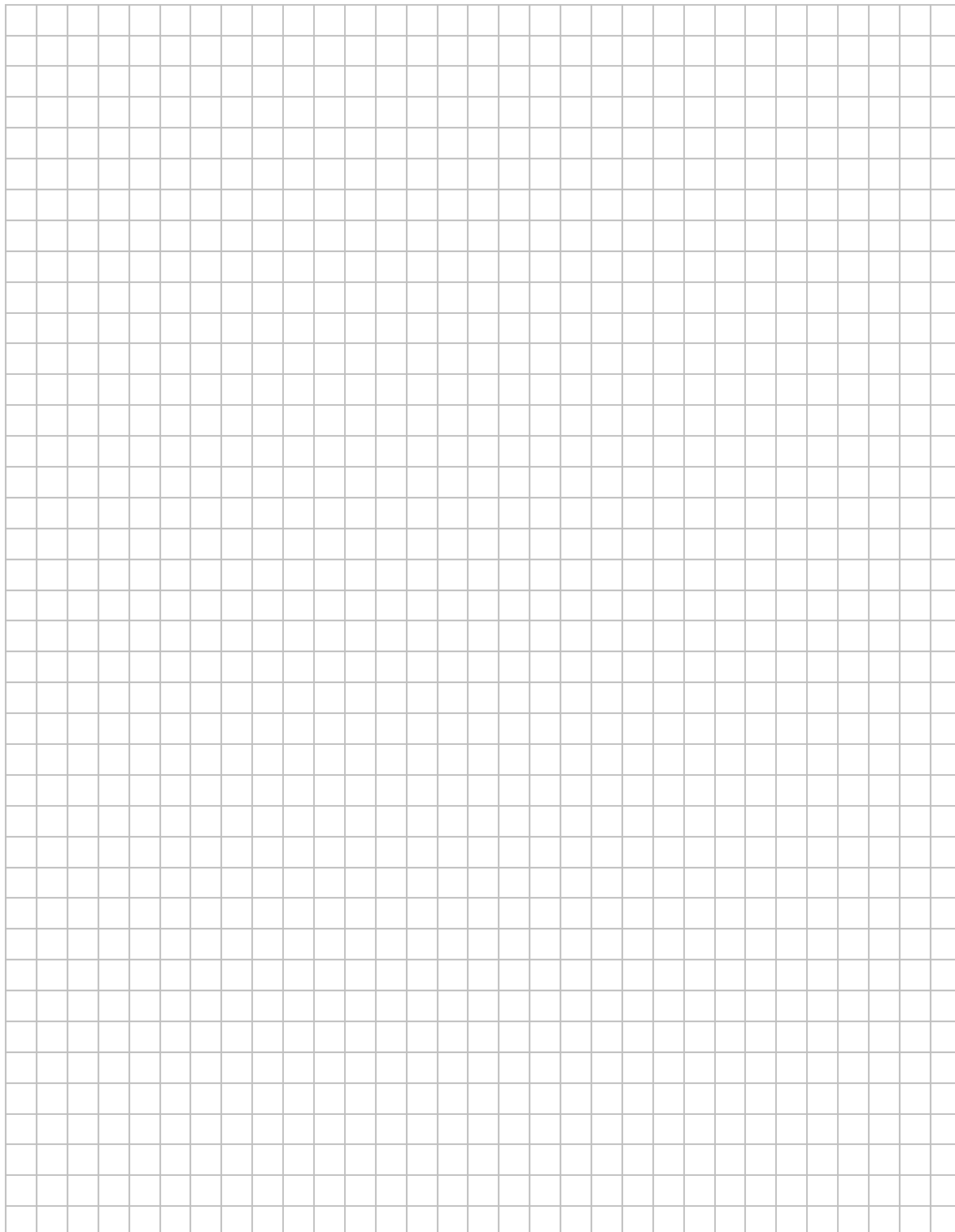
Brudnopis

**Zadanie 26. (0-4)**

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są trzy punkty:  $A = (-6, -1)$ ,  $B = (-2, -3)$  oraz  $C(x, y)$ , które są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ .

Proste o równaniach  $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$  oraz  $y = \frac{3}{5}x + \frac{23}{5}$  przecinają się w punkcie  $C$ . Prosta  $l$  zawiera środkową trójkąta  $ABC$  poprowadzoną z wierzchołka  $C$ .

**Wyznacz równanie prostej równoległej do prostej  $l$  przechodzącej przez wierzchołek  $A$ . Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 27. (0-3)**

Dany jest stożek o promieniu podstawy równym  $r = 8\sqrt{3}$  oraz tworzącej  $l$  nachylonej do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$  takim, że  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ .

**Oblicz pole powierzchni całkowitej tego stożka. Zapisz obliczenia.**



**Zadanie 28. (0-1)**

Rzucamy dwukrotnie sześcienną kostką do gry.

**Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że w pierwszym rzucie wypadła liczba oczek większa niż w drugim rzucie, jest równe $\frac{5}{12}$	<b>P</b>	<b>F</b>
Prawdopodobieństwo wylosowania iloczynu oczek podzielnego przez 3 wynosi $\frac{5}{9}$	<b>P</b>	<b>F</b>

*Brudnopis*

**Zadanie 29. (0-1)**

Ze zbioru cyfr  $\{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$  tworzymy liczbę czterocyfrową.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb czterocyfrowych podzielnych przez 5, w których cyfry się nie powtarzają jest

**A.** 108

**B.** 120

**C.** 240

**D.** 720

*Brudnopis*

Ilość przeczytanych książek	Liczba osób
0	18
1	10
2	22
3	29
4	12
5	7
6	2

1. Średnia arytmetyczna liczby przeczytanych książek w tej grupie osób jest równa .....
2. Mediana liczby przeczytanych książek w tej grupie osób jest równa .....

[illegible]

**Wyznacz  $x$  oraz  $y$ , dla których wartość wyrażenia  $4x^2 - y^2$  jest najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą wartość.**

**Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

## BRUDNOPIS

**(nie podlega ocenie)**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.